CUESTIONES METODOLÓGICAS SOBRE EL TRATAMIENTO DE LA POTENCIA EN LOS CONTRASTES DE HIPÓTESIS PARA MUESTRAS GRANDES

Por: **Antonio Vargas Sabadías**
Departamento de Economía y Empresa. Facultad de Ciencias Jurídico-Sociales
Universidad de Castilla-La Mancha (Campus de Toledo)

.-.-.-.-.-.-.-.-.--.-

RESUMEN:

En los últimos planes de estudio de la Enseñanza Secundaria, se incluye el contraste de hipótesis por primera vez como materia propia del segundo curso del Bachillerato aplicado a las Ciencias Sociales. El desarrollo metodológico del contraste de hipótesis para alumnos de Bachillerato no es fácil; de manera especial, presenta dificultades el cálculo de la potencia. En un contraste, es necesario limitar la probabilidad de cometer error de tipo I a un nivel de significación preasignado pequeño, a la vez que se debe hacer mínima la probabilidad de error de tipo II, o lo que es equivalente, hacer máxima la potencia. Los textos definen la potencia como la probabilidad del suceso contrario de cometer error de tipo II, pero, en la práctica, no se trata este concepto, lo cual no pasa desapercibido para el alumno inteligente.

Se pretende, en este trabajo, poner de manifiesto cómo la dificultad que supone evaluar la potencia de un contraste se puede salvar tabulando sus valores cuando el tamaño muestral es $n \geq 30$. Para ello, introducimos el concepto de "factor de equilibrio", que relaciona el nivel de significación con la potencia, y que, en forma de tabla, nos proporciona la potencia a partir del nivel de significación, del tipo de contraste y del propio "factor de equilibrio". Del mismo modo se puede obtener el tamaño mínimo que ha de tener una muestra aleatoria para conseguir un nivel de significación y una potencia previamente fijados.

PALABRAS CLAVE: Contraste de hipótesis. Nivel de significación. Potencia. Índice de discrepancia. Factor de equilibrio

1. Potencia de un contraste de hipótesis

El investigador que utiliza las técnicas de los contrastes de hipótesis, generalmente está interesado en que la hipótesis alternativa sea aceptada, ya que suele ser ésta su hipótesis de trabajo.

Por este motivo, es importante, al plantear un contraste de hipótesis, que haya una probabilidad alta de aceptar la hipótesis alternativa cuando ésta sea correcta.

Se llama error de tipo II al que se comete cuando se acepta la hipótesis nula siendo ésta falsa. A la probabilidad de cometer error de tipo II se le designa por medio de la letra β. En relación con este concepto, surge el de potencia.

Se llama potencia de un contraste de hipótesis a la "probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es falsa", es decir, de obtener un resultado significativo.

La potencia de un contraste es, por tanto, la probabilidad del suceso contrario de cometer un error de tipo II, y viene dada por

$$1-ß$$

Resulta evidente que el interés del investigador, además de trabajar con un nivel de significación pequeño, está en que el contraste tenga la mayor potencia posible, de tal modo que se disponga de una probabilidad alta de que sea aceptada la hipótesis alternativa (que es la hipótesis de trabajo), cuando ésta sea correcta.

2. Elementos de los que depende la potencia

La potencia de un contraste depende de tres factores: el nivel de significación elegido, el tamaño de la muestra y el índice de discrepancia (medida del grado de falsedad de la hipótesis nula en el caso de que ésta sea falsa).

A) Nivel de significación

Resulta evidente que cuanto menor es el nivel de significación (probabilidad de cometer un error de tipo I, es decir, de rechazar la hipótesis nula siendo cierta), hay una mayor dificultad para aceptar la hipótesis alternativa, en el supuesto de que permanezcan constantes el resto de las variables que intervienen.

Esto significa que, si disminuye el nivel de significación, decrece la potencia. Por este motivo, en todo contraste de hipótesis, es necesario conjugar un nivel de significación lo más pequeño posible con una potencia lo más alta posible.

B) Tamaño de la muestra

El error típico de cada estadístico depende del tamaño n de la muestra. En la expresión del error típico de un estimador, aparece el tamaño muestral, n, ya en el denominador como “raíz cuadrada de n”, ya como “raíz cuadrada de n-1" ,... lo que confirma que la significación de un contraste depende del tamaño de la muestra a partir de la cual el estadístico elegido ha sido evaluado.

Por tanto, si permanecen constantes las restantes variables, cuando el tamaño muestral aumenta, disminuye el error típico del estadístico y, en consecuencia, crece la potencia.

C) Índice de discrepancia de la hipótesis nula

Cuando una hipótesis nula es falsa, puede serlo en un grado más o menos alto. Ahora bien, no es posible conseguir apreciar la intensidad de su grado de falsedad comparándola con una hipótesis alternativa genérica, como sucede al contrastar las hipótesis

$$H_0 \equiv \mu = \mu_0 \quad H_1 \equiv \mu \neq \mu_0$$

El grado de falsedad de la hipótesis nula se puede determinar si se compara ésta con una hipótesis alternativa específica, en que se fija un valor concreto del parámetro, como puede ser:

$$H_1 \equiv \mu = \mu_0 + 2$$

Como medida del grado de falsedad de la hipótesis nula se utiliza el “índice de discrepancia”, Γ, que proporciona una medida de la diferencia entre las hipótesis nula y alternativa, y que se expresa como un valor tipificado.

$$\Gamma = \frac{d}{\sigma}$$

siendo $d = \mu - \mu_0$.

El índice de discrepancia señala la diferencia entre los valores postulados en las hipótesis, medida en desviaciones típicas.

Este factor Γ está relacionado con las restantes variables que intervienen en la determinación de la potencia, de forma que, si se aumenta el índice de discrepancia, permaneciendo constantes las restantes variables, crece la potencia, ya que resulta más probable rechazar la hipótesis nula cuando aumenta el grado de falsedad.

Por otra parte, si se mantienen constantes el resto de los factores, cuanto mayor sea el índice de discrepancia, menor es el tamaño de la muestra necesario para obtener un contraste significativo.

3. Cálculo de la potencia en un contraste de la media

Supongamos una población de la que conocemos su varianza σ^2. Estamos interesados en contrastar la hipótesis nula

$$H_0 \equiv \mu = \mu_0$$

con la hipótesis alternativa $H_1 \equiv \mu = \mu_1$

siendo $\mu_1 = \mu_0 + d$

Planteamos una prueba unilateral, con un nivel de significación α y tamaño muestral $n \geq 30$.

La potencia de la prueba, de la que conocemos las tres variables α, n y la distancia entre los valores de la hipótesis nula y de la hipótesis alternativa específica, viene dada, según su definición, por:

$$1\text{-}\beta = P(\text{rechazar } H_0\text{, cuando } H_1 \text{ es verdadera}) =$$
$$= P(\text{rechazar } H_0\text{, cuando } \mu = \mu_1)$$

Bajo las condiciones establecidas, será:

$$1 - \beta = P\left(\overline{X} > a \ , \ \mu = \mu_0 + d\right)$$

donde $a = \mu_0 + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ siendo z_α el valor crítico correspondiente al nivel de significación α para

una prueba unilateral.

Cuando tiene lugar la hipótesis alternativa, la variable

$$Z = \frac{\overline{X} - (\mu_0 + d)}{\sigma/\sqrt{n}}$$

sigue una distribución normal tipificada N(z;0,1).

Entonces, la potencia es:

$$1 - \beta = P\left(\overline{X} > a \ , \ \mu = \mu_0 + d\right) = P\left(\frac{\overline{X} - (\mu_0 + d)}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{a - (\mu_0 + d)}{\sigma/\sqrt{n}} \ , \mu = \mu_0 + d \right) =$$

$$= P\left(Z > \frac{a - (\mu_0 + d)}{\sigma/\sqrt{n}} , \mu = \mu_0 + d \right) = P\left(Z > \frac{a - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} - \frac{d}{\sigma/\sqrt{n}} , \mu = \mu_0 + d \right) =$$

$$= P\left(Z > z_\alpha - \frac{d}{\sigma/\sqrt{n}} , \mu = \mu_0 + d \right) = 1 - P\left(Z < z_\alpha - \frac{d}{\sigma/\sqrt{n}} , \mu = \mu_0 + d \right)$$

de donde resulta:

$$\beta = P\left(Z < z_\alpha - \frac{d}{\sigma/\sqrt{n}} , \mu = \mu_0 + d \right)$$

De (1) se deduce que

$$z_{1-\beta} = -z_\beta = z_\alpha - \frac{d}{\sigma/\sqrt{n}}$$

y, por tanto, que

$$z_\alpha + z_\beta = \frac{d}{\sigma}\sqrt{n} \qquad (3)$$

Cuando el tipo de prueba es bilateral, la ecuación (2) queda en la forma:

$$-z_{\beta} = z_{\alpha/2} - \frac{d}{\sigma/\sqrt{n}}$$

de donde resulta

$$z_{\alpha/2} + z_{\beta} = \frac{d}{\sigma}\sqrt{n} \quad (5)$$

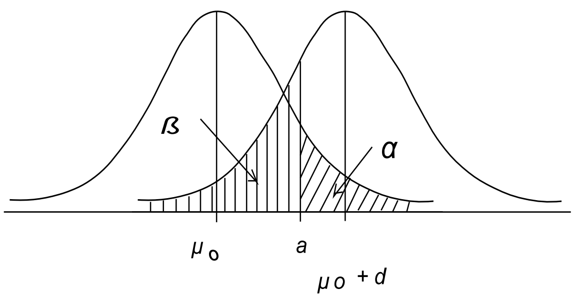

Figura.1: Probabilidad de cometer error de tipo I y error de tipo II.

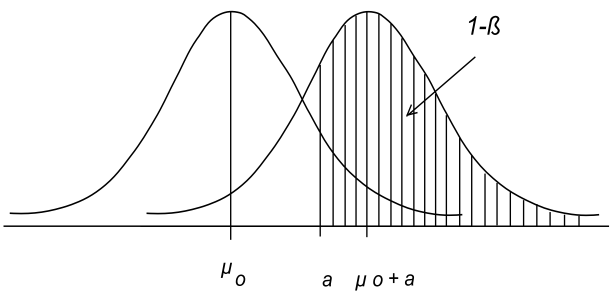

Figura.2: Potencia del contraste.

Las ecuaciones (3) y (5) relacionan los errores de tipo I y de tipo II con el tamaño de la muestra y la distancia entre los valores del parámetro en la hipótesis nula y en la hipótesis alternativa específica.

El índice de discrepancia y el tamaño de la muestra están relacionados entre sí por medio de una función δ, a la que llamamos "factor de equilibrio", que coincide con el primer miembro de las expresiones (3) ó (5), según el tipo de prueba:

para una prueba unilateral $\delta = z_{\alpha} + z_{\beta}$ (6)

y para una prueba bilateral $\delta = z_{\alpha/2} + z_{\beta}$ (7)

El factor de equilibrio, δ, es también igual al producto del índice de discrepancia, Γ, por una función del tamaño de la muestra

$$\delta = \Gamma \cdot f(n) \tag{8}$$

Llamamos a δ factor de equilibrio porque relaciona la probabilidad de cometer error de tipo I con la probabilidad de cometer error de tipo II, manteniendo el "equilibrio" entre el nivel de significación, α, y la potencia del contraste, 1-ß.

4. Cálculo de la potencia para muestras grandes

En la práctica, no es necesario recurrir al "Cálculo de Probabilidades" para hallar la potencia de un contraste.

Cuando el tamaño muestral es $n \geq 30$, podemos utilizar las propiedades de la distribución normal para construir dos tablas: la tabla A va a proporcionar los valores de la potencia en función del factor de equilibrio δ, del nivel de significación α y del tipo de prueba (bilateral o unilateral) y la tabla B que facilitará el factor de equilibrio a partir de la potencia, del nivel de significación y del tipo de prueba. Las tablas están situadas, como apéndices, al final del trabajo.

El índice de discrepancia, Γ, y la función del tamaño de la muestra, f(n), son específicas de cada prueba.

4.1. Cálculo de la potencia para el contraste de la media

Para el contraste de la media, el "índice de discrepancia" viene dado por:

$$\Gamma = d/\sigma$$

y la función f(n), que depende del papel que n desempeña en la expresión del error típico del estadístico que se utiliza para cada prueba; en el contraste de la media es:

$$f(n) = \sqrt{n}$$

con lo que el factor de equilibrio viene dado por:

$$\delta = \Gamma \cdot f(n) = \frac{d}{\sigma}\sqrt{n}$$

Ejemplo 1

Supongamos un fabricante de lámparas que desea contrastar la hipótesis nula de que la vida media de sus lámparas es $H_0 \equiv \mu_0 = 4950$ con la hipótesis alternativa específica $H_1 \equiv \mu_1 = 5000$, siendo μ la media de una población cuya desviación típica σ=350 es conocida. Se trata de hallar la potencia del contraste bilateral si el tamaño de la muestra es n=100 para un nivel de significación del 5%.

Solución: Vamos a resolver el problema de dos formas. En primer lugar, como aplicación directa del concepto teórico de potencia, y, en segundo lugar, utilizando la tabla A.

1) Si tomamos α=0,05, es $z_{\alpha/2}$=1,96, y la potencia viene dada por:

$$1-\beta = P\left(Z > z_{\alpha/2} - \frac{d}{\sigma/\sqrt{n}} \, , \mu = \mu_0 + d \right) = P\left(Z > 1{,}96 - \frac{50}{350/\sqrt{100}} \right) =$$

$$= P\left(Z > 0{,}53\right) = 1 - P\left(Z < 0{,}53\right) = 1 - 0{,}7019 = 0{,}2981 \simeq 0{,}298$$

Por tanto, la potencia del contraste es aproximadamente igual a 0,298.

2) Resulta más cómodo trabajar con el factor de equilibrio, puesto que la tabla A nos da directamente el valor de la potencia en función de δ, para el nivel de significación y el tipo de prueba elegidos.

El factor de equilibrio, para los datos del ejemplo 1, es

$$\delta = \Gamma \cdot f(n) = \frac{d}{\sigma}\sqrt{n} = \frac{50}{350}\sqrt{100} = 1{,}428$$

Para δ=1,428, α=0,05 y una prueba bilateral, al estar δ comprendido entre 1,4 y 1,5, la potencia, según la tabla A, estará comprendida entre 0,29 y 0,32. Interpolando entre estos valores, se obtiene, para la potencia, un valor de

$$1-\beta = 0{,}29 + \frac{0{,}03 \times 0{,}028}{0{,}1} = 0{,}29 + 0{,}0084 = 0{,}2984 \simeq 0{,}298$$

que coincide con el resultado obtenido antes.

4.2. Cálculo de la potencia para la diferencia de medias

Se trata de contrastar la hipótesis nula $H_0 \equiv \mu_1 - \mu_2 = 0$ con la hipótesis alternativa específica $H_1 \equiv \mu_1 - \mu_2 = d$ para la diferencia de medias de dos poblaciones, de las que vamos a suponer que se conocen sus desviaciones típicas σ_1 y σ_2.

La potencia del contraste viene dada por

$$1-\beta = P\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2 > a \, , \mu_1 - \mu_2 = d\right)$$

siendo $a = z_{\alpha/2} \cdot s_{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}$, y la probabilidad de cometer error de tipo II:

$$\beta = P\left(\overline{X_1} - \overline{X_2} < a \text{ , } \mu_1 - \mu_2 = d\right) =$$

$$= P\left(\frac{\overline{X_1} - \overline{X_2} - d}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} < \frac{a - d}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \text{ , } \mu_1 - \mu_2 = d\right)$$

Bajo la hipótesis alternativa específica, si n_1.30 y n_2.30, sabemos que el estadístico

$$Z = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2} - d}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

se distribuye según una normal N(z;0,1), por lo que, para una prueba bilateral, resulta:

$$\beta = P\left(Z < z_{\alpha/2} - \frac{d}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \text{ , } \mu_1 - \mu_2 = d\right)$$

Por tanto

$$-z_\beta = z_{\alpha/2} - \frac{d}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

de donde se llega a la expresión

$$z_{\alpha/2} + z_\beta = \frac{d}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Puede suceder:

1) $\sigma_1 \neq \sigma_2$

En este caso, si los tamaños muestrales son diferentes, se puede tomar como tamaño común la media armónica de los dos tamaños; la relación (9) anterior quedaría en la forma

$$z_{\alpha/2} + z_\beta = \frac{d}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \sqrt{n}$$

La expresión (10) nos indica que podemos tomar como índice de discrepancia

$$\Gamma = \frac{d}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}$$

y como función del tamaño muestral

$$f(n) = \sqrt{n}$$

donde n es el tamaño común a las dos muestras (si son de igual tamaño) o la media armónica de los dos tamaños, cuando las muestras experimental y de contraste tienen distinto tamaño, quedando como factor de equilibrio

$$\delta = z_{\alpha/2} + z_\beta = \frac{d}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \sqrt{n}$$

2) Cuando $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, se obtiene:

$$\delta = z_{\alpha/2} + z_\beta = \frac{d}{\sigma} \sqrt{\frac{n}{2}}$$

Ahora es $\Gamma = \dfrac{d}{\sigma} \qquad f(n) \neq \sqrt{\dfrac{n}{2}}$

Ejemplo 2

De una población normal con desviación típica σ_1=4,41 se extrae una muestra aleatoria de tamaño n_1=30, cuya media muestral es 7,4. Se extrae una segunda muestra aleatoria de tamaño n_2=34 de una población normal diferente con desviación típica σ_2=2,25 que da una media de 6,9. Si queremos contrastar la hipótesis nula $H_0 \equiv \mu_1 - \mu_2 = 0$ con la alternativa específica $H_1 \equiv \mu_1 - \mu_2 = 0'5$, veamos cuál es la potencia del contraste de la diferencia de medias para una prueba unilateral y α=0'05.

1) Método directo para el cálculo de la potencia

Utilizando el "Cálculo de Probabilidades", al ser conocidas las varianzas poblacionales, el estadístico

$$Z = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2} - 0{,}5}{\sqrt{\dfrac{4{,}41^2}{30} + \dfrac{2'25^2}{34}}}$$

se distribuye según una normal N(z;0,1). Entonces

$$\beta = P\left(Z < 1'65 - \frac{0'5}{\sqrt{\dfrac{4'41^2}{30} + \dfrac{2'25^2}{34}}} \right) = P(Z<1{,}09) = 0{,}8661$$

Luego la potencia del contraste es: 1-β = 1 - 0,8661 = 0,1339 ≃ 0,134.

2) Cálculo de la potencia utilizando la tabla A

Calculamos el factor de equilibrio

$$\delta = \frac{0'5}{\sqrt{4'41^2 + 2'25^2}}\sqrt{n}$$

que depende del tamaño de las muestras. Al ser los tamaños distintos, tomando como tamaño de ambas la media armónica de n_1 y n_2, resulta

$$n = \frac{2}{\frac{1}{30} + \frac{1}{34}} \simeq 32$$

Luego

$$\delta = \frac{0{,}5}{4{,}9508}\sqrt{32} = 0{,}571$$

Para δ=0,571, α=0,05 y una prueba unilateral, al estar δ comprendido entre 0,5 y 0,6, la potencia, según la tabla A, estará comprendida entre 0,12 y 0,14. Interpolando entre estos valores, se obtiene, para la potencia, un valor de

$$1 - \beta = 0{,}12 + \frac{0{,}071 \times 0{,}02}{0{,}1} = 0{,}12 + 0{,}0142 = 0{,}1342 \simeq 0{,}134$$

que coincide con el resultado obtenido antes.

5. Selección del tamaño de la muestra

En el análisis que venimos haciendo, las variables α, Γ, n y la potencia del contraste 1-ß están relacionadas entre sí. Por ello, a la hora de diseñar un contraste de hipótesis, es importante hacer un estudio previo acerca del tamaño más adecuado de la muestra.

En primer lugar hay que fijar el nivel de significación y la potencia del contraste con que se desea trabajar. Estos dos factores se deben seleccionar de modo que haya un cierto equilibrio.

Hemos visto cómo el nivel de significación más recomendable es α=0'05. Del mismo modo, se suele recomendar que se trabaje con una potencia 1-ß=0'80, o lo que es igual, que se trabaje con una probabilidad ß=0'20 de cometer un error de tipo II.

Una potencia superior a 0'80 suele llevar a la necesidad de aumentar considerablemente el tamaño de la muestra. Por otra parte, es de desear una probabilidad pequeña, como ß=0'20, de cometer un error de tipo II, si se tiene en cuenta que el investigador debe ser cauto a la hora de rechazar una hipótesis nula cuando ésta sea verdadera, pues ello le podría causar una notable falta de prestigio profesional.

5.1. Cálculo del tamaño de la muestra en el contraste de la media

Supongamos que, en lugar de predeterminar el tamaño de la muestra, quisiéramos averiguar cuál debe de ser el tamaño adecuado de la misma en función de la potencia y del nivel de significación, para una prueba bilateral.

Las relaciones (3) y (5) nos permiten evaluar el tamaño de la muestra en función del nivel de significación, de la potencia y de la distancia entre los valores del parámetro correspondientes a las hipótesis nula y alternativa específica, obteniéndose:

$$n \simeq \frac{(z_\alpha + z_\beta)^2 \sigma^2}{d^2} = \frac{\delta^2 \sigma^2}{d^2} = \frac{\delta^2}{\Gamma^2}$$

para una prueba unilateral, donde $\delta = z_\alpha + z_ß$.

Para una prueba bilateral, se obtiene la expresión:

$$n \simeq \frac{(z_{\alpha/2} + z_\beta)^2 \sigma^2}{d^2} = \frac{\delta^2 \sigma^2}{d^2} = \frac{\delta^2}{\Gamma^2}$$

donde ahora es $\delta = z_{\alpha/2} + z_ß$.

Ejemplo 3

Se trata de determinar el tamaño de la muestra más adecuado para contrastar las hipótesis del ejemplo 1 para una prueba bilateral, con un nivel de significación α=0,05 y una potencia de 1-ß=0,80.

Solución: Si α=0,05 y 1-ß=0,80, para una prueba bilateral, la tabla B proporciona el valor del factor de equilibrio δ=2,8016.

Como

$$\Gamma = \frac{50}{\sigma} = \frac{50}{350} = 0{,}143$$

resulta:

$$n = \left(\frac{\delta}{\Gamma}\right)^2 = \left(\frac{2{,}8016}{0{,}143}\right)^2 \simeq 384$$

Se necesita una muestra de 384 baterías para conseguir una potencia de 0,80 con un nivel de significación del 5% en una prueba bilateral.

5.2. Cálculo del tamaño de las muestras para el contraste de diferencia de medias

Si el contraste es bilateral y despejamos n en las expresiones (11) y (12), se obtienen las relaciones

$$n \simeq \frac{\left(z_{\alpha/2} + z_\beta\right)^2\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2\right)}{d^2} = \frac{\delta^2}{\Gamma^2}$$

y

$$n \simeq \frac{2\,\sigma^2\left(z_{\alpha/2} + z_\beta\right)^2}{d^2} = \frac{\delta^2}{\Gamma^2}$$

Estas expresiones proporcionan el tamaño que deben de tener las muestras experimental y de contraste para un nivel de significación α y una potencia dada 1-ß, cuando las varianzas sean diferentes o iguales, respectivamente.

Si el contraste es unilateral, las expresiones (11) y (12) toman la forma

$$\delta = z_\alpha + z_\beta = \frac{d}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}\sqrt{n}$$

y

$$\delta = z_\alpha + z_\beta = \frac{d}{\sigma}\sqrt{\frac{n}{2}}$$

Despejando n en cada una de ellas, queda:

$$n \simeq \frac{(z_\alpha + z_\beta)^2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{d^2} = \frac{\delta^2}{\Gamma^2}$$

donde ahora es $\Gamma = \frac{d}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}$ $f(n) = \sqrt{n}$ y ,

y

$$n \simeq \frac{2(z_\alpha + z_\beta)^2\sigma^2}{d^2} = \frac{\delta^2}{\Gamma^2}$$

donde ahora es $\Gamma = \frac{d}{\sigma}$ $f(n) = \sqrt{\frac{n}{2}}$.

Ejemplo 4

Veamos ahora cuál es, para el ejemplo 2, el tamaño muestral adecuado si α = 0,05 y 1-ß = 0,86: Para estos valores y una prueba unilateral, la tabla B proporciona, para el factor de equilibrio, el valor δ = 2,6818, luego:

$$\delta = z_\alpha + z_ß = 2{,}6818$$

Por tanto

$$n = \frac{2{,}6818^2\,(4{,}41^2+2{,}25^2)}{0{,}5^2} = 705{,}12 \simeq 705$$

El tamaño mínimo que deben de tener las muestras experimental y de contraste es n=705.

Tabla A

Potencia en función del factor de equilibrio (δ) y del nivel de significación (α)

Contraste unilateral (α)							Contraste unilateral (α)						
δ	0,05	0,04	0,025	0,02	0,01	0,005	δ	0,05	0,04	0,025	0,02	0,01	0,005
0,0	0,05	0,04	0,02	0,01	0,009	0,008	2,6	0,83	0,80	0,74	0,71	0,61	0,51
0,1	0,06	0,05	0,03	0,02	0,01	0,009	2,7	0,85	0,83	0,77	0,74	0,64	0,55
0,2	0,07	0,05	0,04	0,02	0,02	0,01	2,8	0,87	0,85	0,80	0,77	0,68	0,59
0,3	0,08	0,05	0,05	0,04	0,02	0,01	2,9	0,89	0,87	0,83	0,80	0,72	0,63
0,4	0,10	0,08	0,06	0,05	0,02	0,02	3,0	0,91	0,90	0,85	0,83	0,75	0,70
0,5	0,12	0,10	0,07	0,06	0,03	0,02	3,1	0,93	0,91	0,87	0,85	0,78	0,70
0,6	0,14	0,12	0,09	0,07	0,04	0,02	3,2	0,94	0,93	0,90	0,87	0,81	0,73
0,7	0,17	0,15	0,10	0,09	0,05	0,03	3,3	0,95	0,94	0,91	0,89	0,83	0,76
0,8	0,19	0,17	0,12	0,11	0,06	0,04	3,4	0,96	0,95	0,93	0,91	0,86	0,79
0,9	0,22	0,19	0,14	0,13	0,08	0,05	3,5	0,97	0,96	0,94	0,93	0,88	0,82
1,0	0,25	0,23	0,17	0,15	0,09	0,06	3,6	0,97	0,96	0,95	0,94	0,90	0,85
1,1	0,29	0,26	0,19	0,17	0,11	0,07	3,7	0,98	0,97	0,96	0,95	0,91	0,87
1,2	0,33	0,30	0,22	0,20	0,13	0,09	3,8	0,98	0,98	0,97	0,96	0,94	0,91
1,3	0,36	0,33	0,25	0,23	0,15	0,10	3,9	0,99	0,98	0,97	0,96	0,94	0,91
1,4	0,40	0,36	0,29	0,26	0,18	0,12	4,0	0,99	0,99	0,98	0,97	0,95	0,92
1,5	0,44	0,40	0,32	0,30	0,21	0,14	4,1	0,99	0,99	0,98	0,98	0,97	0,96
1,6	0,48	0,44	0,36	0,33	0,24	0,16	4,2	0,99	0,99	0,99	0,98	0,97	0,95
1,7	0,52	0,48	0,40	0,36	0,27	0,19	4,3	0,99	0,99	0,99	0,99	0,96	0,96
1,8	0,56	0,52	0,44	0,40	0,30	0,22	4,4	0,99	0,99	0,99	0,99	0,98	0,97
1,9	0,60	0,56	0,48	0,44	0,34	0,25	4,5	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,97
2,0	0,63	0,59	0,52	0,48	0,37	0,28	4,6	0,995	0,99	0,99	0,99	0,99	0,98
2,1	0,67	0,63	0,55	0,51	0,41	0,32	4,7	0,996	0,99	0,99	0,99	0,99	0,98
2,2	0,71	0,67	0,59	0,56	0,45	0,35	4,8	0,996	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
2,3	0,74	0,71	0,63	0,60	0,49	0,39	4,9	0,996	0,995	0,995	0,99	0,99	0,99
2,4	0,78	0,74	0,67	0,63	0,53	0,43	5,0	0,997	0,995	0,996	0,995	0,99	0,99
2,5	0,80	0,77	0,67	0,67	0,55	0,51	5,1	0,997	0,996	0,996	0,995	0,99	0,99
δ	0,10	0,08	0,05	0,02	0,02	0,01	δ	0,10	0,08	0,05	0,02	0,02	0,01
Contraste bilateral (α)							Contraste bilateral (α)						

Tabla B

Factor de equilibrio en función de la potencia (1-β) y del nivel de significación (α)

	Contraste unilateral (α)					
1-β	0,05	0,04	0,025	0,02	0,01	0,005
0,20	0,8033	0,9091	1,1184	1,2121	1,4847	1,7342
0,22	0,8727	0,9725	1,1878	1,2815	1,5541	1,8036
0,24	0,9386	1,0494	1,2537	1,3476	1,6200	1,8695
0,26	1,0085	1,1073	1,3166	1,4103	1,6829	1,9324
0,28	1,0621	1,1679	1,3772	1,4709	1,7435	1,9930
0,30	1,1205	1,2263	1,4356	1,5293	1,8019	2,0514
0,32	1,1772	1,2730	1,4923	1,5860	1,8586	2,1081
0,34	1,2325	1,3382	1,5475	1,6412	1,9138	2,1633
0,36	1,2864	1,3923	1,6015	1,6942	1,9678	2,2173
0,38	1,3395	1,4452	1,6545	1,6942	1,9678	2,2703
0,40	1,3915	1,4973	1,7866	2,8003	2,0729	2,3224
0,42	1,4430	1,5488	1,7581	1,8518	2,1244	2,3739
0,44	1,4939	1,5997	1,8080	1,9227	2,1753	2,4248
0,46	1,5444	1,6492	1,8586	1,9533	2,2259	2,4754
0,48	1,5937	1,6996	1,9098	1,9533	2,2761	2,5256
0,50	1,6449	1,7507	1,9600	2,0537	2,3263	2,5758
0,52	1,6964	1,8008	2,0102	2,1039	2,3765	2,6260
0,54	1,7453	1,8511	2,0604	2,1541	2,4267	2,6762
0,56	1,7958	1,9016	2,1110	2,2047	2,4773	2,7268
0,58	1,8467	1,9526	2,1619	2,2556	2,5282	2,7776
0,60	1,8982	2,0040	2,2134	2,3071	2,5797	2,8292
0,62	1,9103	2,0562	2,2655	2,3592	2,6318	2,8813
0,64	2,0033	2,1092	2,3185	2,4122	2,6848	2,9343
0,66	2,0573	2,1632	2,3725	2,4662	2,7388	2,9883
0,68	2,1126	2,2184	2,4277	2,5214	2,7940	3,0435
0,70	2,1693	2,2751	2,4854	2,5781	2,8507	3,1002
0,72	2,2277	2,3335	2,5428	2,6365	2,9091	3,1586
0,74	2,2882	2,3941	2,6034	2,6971	2,9697	3,2192
0,76	2,3512	2,4570	2,6663	2,7600	3,0326	3,2821
0,78	2,4170	2,5229	2,7322	2,8259	3,0985	3,3480
0,80	2,5065	2,5923	2,8016	2,8953	3,1679	3,4174
0,82	2,5602	2,6061	2,8754	2,9691	3,2417	3,4912
0,84	2,6393	2,7452	2,9545	3,0482	3,3208	3,5703
0,86	2,6818	2,8310	3,0403	3,1340	3,4066	3,6561
0,88	2,8199	2,9257	3,1350	3,2287	3,5013	3,7508
0,90	2,9265	3,0323	3,2416	3,3353	3,6079	3,8574
0,92	3,0500	3,1558	3,3651	3,4588	3,7314	3,9809
0,94	3,1997	3,3055	3,5148	3,6085	3,8811	4,1306
0,96	3,3956	3,5114	3,7107	3,8344	4,0770	4,3265
0,98	3,7086	3,7964	4,0137	4,1074	4,3800	4,6295
0,99	3,9702	4,0770	4,2863	4,3800	4,6526	4,9021
0,999	4,7351	4,8439	5,0503	5,0939	5,4165	5,6660
1-β	0,10	0,08	0,05	0,04	0,02	0,01
	Contraste bilateral (α)					

BIBLIOGRAFÍA

Fisher, R.A. (1959): Statistical *Methods and Scientific Inference*. Edimburg. Oliver and Boyd.

Fraser, D.A.S. (1968): The *Structure of Inference*. New York. John Wiley.

Pitman, E.J.G. (1979): Some *Basic Theory for Statistical Inferece*. London. Chapman & Hall.

Rao, C.R. (1965): Linear *Statistical Inference and its Applications*. New York. Ed. John Wiley.

Ríos, S. (1976): Análisis *Estadístico Aplicado*. Madrid. Ed. Paraninfo.

Rohatgi, V.K. (1995): *Statistical Inference*. New York. Ed. John Wiley & Sons.

Ruiz-Maya, L. y Martín Pliego, F.J. (1995): *Estadídtica II: Inferencia*. Madrid. Ed. AC.

Vargas Sabadías, A.(1995): *Estadística Descriptiva e Inferencial.* Murcia. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Castilla-La Mancha.

Walpole, R.E. (1992): "Probabilidad *y Estadística*". McGraw-Hill. México, 1992.

Welkowitz, J. (1986): *Estadística aplicada a las Ciencias de la Educación*. Madrid. Ed. Santillana.